

Raakcirkel en raaklijnen

16 maximumscore 6

- Een vergelijking van c_3 heeft de vorm $x^2 + (y - m)^2 = r^2$ 1
- c_3 raakt c_1 dus $r = m - 3$ 1
- c_3 raakt c_2 dus $r = \sqrt{m^2 + 225} - 12$ 1
- $\sqrt{m^2 + 225} - 12 = m - 3$ geeft $\sqrt{m^2 + 225} = m + 9$ 1
- Hieruit volgt $m^2 + 225 = m^2 + 18m + 81$, dus $m = 8$ 1
- $r = 5$, dus een vergelijking van c_3 is $x^2 + (y - 8)^2 = 25$ 1

of

- De middelpunten van de cirkels zijn de hoekpunten van een rechthoekige driehoek 1
- In deze driehoek geldt $(r + 3)^2 + 15^2 = (r + 12)^2$, met r de straal van c_3 1
- $r^2 + 6r + 9 + 225 = r^2 + 24r + 144$ 1
- Hieruit volgt $r = 5$ 1
- Dus het middelpunt van c_3 heeft coördinaten $(0, 8)$ 1
- Een vergelijking van c_3 is $x^2 + (y - 8)^2 = 25$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

17 maximumscore 8

- Een van de gemeenschappelijke raaklijnen heeft vergelijking $x = 3$ 1
- De andere gemeenschappelijke raaklijnen gaan door $(-k, 0)$ 1
- Uit gelijkvormige driehoeken volgt $\frac{k}{3} = \frac{k+15}{12}$ 2
- Hieruit volgt $k = 5$ 1
- Een vergelijking voor de gemeenschappelijke raaklijn heeft de vorm $y = a(x+5)$ 1
- $a = \pm \tan \varphi = \pm \frac{3}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \pm \frac{3}{4}$, waarbij φ de richtingshoek van de raaklijn is 1
- Vergelijkingen zijn $y = \frac{3}{4}(x+5)$ en $y = -\frac{3}{4}(x+5)$ 1

of

- Een van de gemeenschappelijke raaklijnen heeft vergelijking $x = 3$ 1
- De andere gemeenschappelijke raaklijnen hebben een vergelijking van de vorm $y = ax + b$, dus $ax - y + b = 0$ 1
- De lijn raakt c_1 en c_2 als $\frac{|b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 3$ en $\frac{|15a + b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 12$ 2
- Hieruit volgt $4 \cdot |b| = |15a + b|$ 1
- $15a + b = 4b$ of $15a + b = -4b$, dus $b = 5a$ of $b = -3a$ 1
- $\frac{|-3a|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 3$ geeft $a^2 = a^2 + 1$, en dat heeft geen oplossing 1
- $\frac{|5a|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 3$ geeft $25a^2 = 9(a^2 + 1)$, dus $a = \pm \frac{3}{4}$, met raaklijnen $y = \frac{3}{4}(x+5)$ en $y = -\frac{3}{4}(x+5)$ 1